ISSN: 1576-3935

Lógica dialógica y argumentación[1]

Julio OSTALÉ GARCÍA

Universidad de Salamanca

Recibido: 12/09/06
Aprobado: 20/12/06

Es cada vez más frecuente que en los libros de texto de Filosofía I, destinados a primero de bachillerato, el estudio de la lógica formal sea complementado –incluso sustituido– por un capítulo de la llamada "lógica informal". Dicho capítulo adopta generalmente este esquema: se denuncia la escasa utilidad de la lógica formal en el análisis de argumentaciones reales, se proponen ejemplos de buenas argumentaciones, se introduce alguna distinción superficial como aquélla que media entre argumentaciones paralelas y convergentes, se denuncian supuestas falacias, y se articula finalmente un alegato en favor de la lógica informal en tanto habilidad más propia del ciudadano consciente y responsable que ejerce su derecho a deliberar en público, ante la administración, ante los medios de

1 Un primer borrador de este ensayo fue leído en el "II Congreso sobre la enseñanza de la Filosofía en Castilla y León", que tuvo lugar los días 5 y 6 de mayo de 2006 en la Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad de Valladolid. Su elaboración estuvo financiada por una beca predoctoral de investigación de la Universidad de Salamanca. Agradezco a los editores de *Bajo Palabra* la oportunidad que me ofrecen de revisar y poner por escrito aquellas ideas.

comunicación o ante los tribunales. Dejaremos de lado esta última vertiente ideológica. Lo que haremos a continuación será defender que la lógica informal, si la entendemos como una ciencia general del diálogo argumentativo, es un campo perfectamente compatible con la lógica formal. De hecho, como apunta Johan van Benthem[2], la tendencia de la lógica formal actual consiste en estudiar el modo en que diferentes agentes intercambian información unos con otros, anuncian públicamente algo, modifican sus creencias a través de la interacción, desconfían unos de otros, guardan secretos, etc.

Reflexionaremos sobre didáctica de la lógica, pero lo haremos a un cierto nivel de abstracción. Con esto quiero decir que no aspiro a proporcionar una especie de unidad didáctica lista para ser aplicada en la enseñanza elemental de la lógica. Lo que hago es más bien iniciar una discusión en torno al modo en que puede enseñarse formalmente la lógica informal, con qué propósito y sobre todo con qué medios.

En el primer apartado delimito qué dimensión de la lógica informal me parece más interesante y mejor conectada con la lógica formal. Se trata de la dimensión dialéctica. En los demás apartados discutiré de qué modo se puede materializar esa conexión entre la lógica del diálogo y la lógica formal.

De los buenos argumentos

Argumentar es siempre y por definición argumentar a favor de una tesis (p es verdad) o de una propuesta (hay que hacer p). Y argumentamos a favor de p cuando exhibimos un conjunto de razones que de algún modo sustentan p, o al menos la hacen preferible a otras tesis y propuestas rivales. Por otro lado, en la medida en que “argumentación” es una sustantivación del verbo “argumentar”, diremos que aquélla es o bien el proceso de argumentar, o bien el resultado (visto por ejemplo como trascripción sobre el papel) de un proceso argumentativo.

Como punto de partida, admitimos la importancia de reconocer y generar buenos argumentos en cualquier actividad filosófica, incluida la propia enseñanza de la filosofía. De modo que la pregunta que nos interesa es esta: ¿qué es un buen argumento? Luis vega [9] distingue tres posibles respuestas.

1. Dadas una premisas $p_1, ..., p_n$ y una conclusión c, decir que de $p_1, ..., p_n$ se sigue c constituye un *buen argumento* si y sólo si la verdad de $p_1, ..., p_n$ entraña la verdad de c, es decir, que en cualquier situación donde $p_1, ..., p_n$ sean todas ellas verdaderas también ha de serlo c.

2. Dada una secuencia de intervenciones discursivas por parte de un proponente (quien sostiene una tesis) y de un oponente (quien la intenta refutar), decimos de cualquiera de estas dos figuras que ha llevado a cabo una *buena argumentación* si y sólo si ha seguido ciertas reglas de comportamiento discursivo, tales como respetar el turno de intervenciones, no dar más información de la requerida, ser preciso, rechazar contradicciones, etc.

3. Dados un orador que organiza un discurso y un auditorio que asiente o disiente con respecto de las conclusiones del orador, decimos del orador que ha *argumentado bien* en la medida en que ha sido capaz de mover a su auditorio hacia el asentimiento de las conclusiones del discurso.

Vemos que en esta enumeración no se ofrecen tres respuestas diversas a una misma pregunta, sino tres respuestas precisas y pretendidamente unívocas a tres preguntas diferentes. Es decir, que la pregunta ¿qué es un buen argumento? admite, ya antes de

2 Para todos los casos de referencias de libros o programas ver bibliografía al final del artículo.

ponerse a contestar, tres interpretaciones diferentes. En la primera, la interpretación *lógica* según Luis Vega, nos preguntamos por la bondad argumentativa de productos lingüísticos que se inician con un conjunto de premisas y acaban en una conclusión. En la segunda interpretación, llamada *pragma-dialéctica* en concordancia con los estudios de la escuela holandesa de Van Eemeren, la argumentación es entendida como resultado de un proceso deliberativo que está sujeto a ciertas reglas. Y en la tercera interpretación, que es *retórica*, el argumento es un conjunto de estratagemas cuya finalidad última es convencer. En resumen: preservar la verdad, seguir unas reglas de comportamiento discursivo y convencer a un auditorio, son tres criterios diferentes aplicables a tres modos distintos de entender la argumentación.

La lógica formal suele identificarse con el primer tipo de enfoque, mientras que la lógica informal incluye (entre otras cosas) los enfoques segundo y tercero. Será precisamente este último el que a nosotros más nos va a interesar, a pesar de que la tradición retórica sea la que más influencia haya tenido hasta la fecha en la didáctica de la lógica informal, como atestiguan libros del tipo del de Weston: *Las claves de la argumentación*.

El docente de la lógica se preguntará ahora si es posible ejercitar al alumno en situaciones de argumentación dialogada sin por ello renunciar a las herramientas de la lógica formal. Nuestro propósito en los apartados que siguen es precisamente mostrar que, hasta cierto punto, sí es posible. Empezaremos en § 2 con un comentario a las posibilidades del *Tarski's World*. Seguiremos en § 3 con la lógica dialógica de Paul Lorenzen. Y finalizaremos en § 4 con ciertas técnicas medievales de discusión de acuerdo a reglas. En todos estos casos, cuyo orden refleja de menos a más su relevancia en nuestro ensayo, relacionaremos la idea de *demostración* con la idea de *diálogo*, señalando de pasada las virtudes didácticas de cada propuesta.

La aplicación *Tarski's world*

La aplicación *Tarski's World*, en adelante *TW*, fue desarrollada en el CSLI de Stanford a principios de los ochenta por lógicos e informáticos interesados en la enseñanza de la lógica de primer orden. La idea más original era la de aprender directamente el lenguaje de la lógica en vez de traducir del inglés al lenguaje lógico y viceversa. ¿Pero cómo aprender un lenguaje artificial sin mediación de uno natural?

Al abrir *TW* nos encontramos con cuatro ventanas. Arriba a la izquierda tenemos una "ventana de mundo" llamada NEW0.WLD, donde aparece una cuadrícula de 8×8 celdas sobre las cuales habrá que colocar objetos geométricos. Abajo a la izquierda hay una "ventana de fórmulas" NEW0.SEN, donde aparece un listado vacío que habrá que rellenar de expresiones formales. Estas dos ventanas representan en realidad ficheros que se pueden crear, nombrar, borrar y copiar; es decir, que después de NEW0.WLD podremos manejar nuevos ficheros NEW1.WLD, NEW2.WLD, etcétera, y lo mismo con NEW0.SEN.

¿Cómo colocar y nombrar objetos geométricos en una ventana de mundo? Abajo a la derecha está la ventana *Inspector*. Sirve para varias cosas, pero en su modalidad *Block* nos permite diseñar mundos.

El fondo de la imagen es una cuadrícula. Sobre cada una de las celdas puede ponerse un objeto geométrico, que a su vez puede ser de tres tipos (*tetrahedron*, *cube*, *dodecahedron*), cada uno de los cuales puede adoptar uno de entre tres tamaños (*small*, *medium*, *large*). En nuestro ejemplo, y de izquierda a derecha, se observan: un cubo mediano, un tetraedro pequeño, un tetraedro mediano, un dodecaedro pequeño y un cubo pequeño. Además es posible nombrar los objetos, para lo cual disponemos de seis constantes: *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*. En nuestro ejemplo hemos dado los siguientes nombres: *a* es el cubo mediano de la izquierda del todo, *b* es el dodecaedro que está arriba, y *c* es el tetraedro que está justo a la derecha de *a*.

Los objetos pueden guardar entre sí relaciones diádicas (*smaller than*, *larger than*, *left of*, *right of*, *back of*, *in front of*) o triádicas (*between*). En nuestro ejemplo tenemos muchas relaciones: *a* está a la izquierda de cualquier tetraedro, *b* está encima de *c*, etc. Todos estos predicados se formalizan de un modo intuitivo. Tomando variables *x*, *y*, *z* para objetos arbitrarios, tendríamos

- Formas: *Tet*(*x*), *Cube*(*x*), *Dodec*(*x*)
- Tamaños: *Small*(*x*), *Medium*(*x*), *Large*(*x*)
- Relaciones de tamaño: *Smaller*(*x*,*y*), *Larger*(*x*,*y*)
- Relaciones de posición: *LeftOf*(*x*,*y*), *RightOf*(*x*,*y*), *BackOf*(*x*,*y*), *FrontOf*(*x*,*y*), *Between*(*x*,*y*,*z*)

Para la escritura de fórmulas, se cuenta en la ventana *Keyboard* de arriba a la derecha con seis variables (*u*, *v*, *w*, *x*, *y*, *z*), seis constantes (*a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*), conectivas ($\neg$, $\vee$, $\wedge$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$), cuantificadores ($\forall$, $\exists$), igualdad (=), la coma, el paréntesis izquierdo y el derecho. Las reglas de formación de fórmulas son las habituales.

Supongamos que queremos evaluar, en relación al mundo de la figura 1, las siguientes fórmulas de primer orden:

1. $\exists x\ Cube(x) \rightarrow (Tet(c) \vee \neg Tet(c))$
2. $Cube(x) \rightarrow (Tet(c) \vee \neg Tet(c))$
3. $Tet(c)$
4. $Tet(c) \vee \neg Cube(c)$
5. $\forall x\ RightOf(x,a)$
6. $\forall x\ (x \neq a \rightarrow RightOf(x,a))$

¿Cómo escribirlas en la ventana de fórmulas del *TW*? Vamos pinchando uno a uno los símbolos lógicos en la ventana *Keyboard*, de suerte que esos mismos símbolos van apareciendo en la ventana de fórmulas.

Una vez tenemos un mundo y un conjunto de fórmulas, lo más natural es ir evaluando tales fórmulas con respecto al mundo. La aplicación *Inspector*, en su modalidad *Sentence*, comprueba tres cosas. Primero, si la expresión construida es en efecto una fórmula bien formada. En caso afirmativo, si la fórmula es además una sentencia (i.e. fórmula sin variables libres). Y de nuevo en caso afirmativo, si la sentencia es verdadera con respecto del modelo.

Como se aprecia en la figura 3, los resultados del *Inspector* pasan a la ventana de fórmulas del siguiente modo. Tras verificar todas las fórmulas, obtenemos a la izquierda de una línea *T* (si la fórmula es sentencia verdadera), *F* (si la fórmula es sentencia falsa), * (si no es fórmula bien formada o no es sentencia).

El aspecto que tendrían en nuestra pantalla todas estas ventanas cuando ya hemos comparado las fórmulas con el mundo se puede ver en la figura 4.

Vemos que el *TW*, aparte de enmarcar las cuatro ventanas de las que venimos hablando, despliega en la barra horizontal superior un menú formado por las pestañas *File*, *Edit*, *Display* y *Windows*. Las funciones que se pueden utilizar desde tales pestañas son pocas y muy fáciles de dominar. Se pueden crear, guardar y borrar nuevos archivos tanto de mundos como de conjuntos de fórmulas, visualizar los mundos en dos o tres dimensiones, etcétera.

Hasta aquí la presentación general del programa. ¿Pero qué tiene todo esto que ver con el enfoque dialógico en lógica formal? La respuesta podemos encontrarla en la función *Game* que nos brinda el *Inspector* cuando queremos comprobar paso a paso por qué es verdadera o falsa una fórmula cualquiera con respecto al mundo que estemos considerando. En nuestro ejemplo, podríamos seleccionar la fórmula

$$\exists x\ Cube(x) \rightarrow (Tet(c) \vee \neg Tet(c))$$

y después pincharíamos en *Game*. Lo que se obtiene, como se aprecia en la figura 5, es una nueva ventana con el mundo y la fórmula seleccionada.

Vemos que el *TW* nos pregunta si estamos comprometidos con la verdad de aquella fórmula. A partir de aquí asistiremos una descomposición de la fórmula de acuerdo a las reglas de las tablas semánticas (también llamadas árboles o *tableaux*).

Lo que se comprueba a continuación es si al menos una de las ramas resulta verdadera con respecto del modelo. Es decir, no se parte (como en los *tableaux*) de la negación de lo que queremos demostrar con objeto de buscar contradicciones en sus ramas. Aquí lo que se hace es evaluar la fórmula en relación a un modelo concreto, de modo que basta ver si dicho modelo hace verdadera a la fórmula a través de al menos una de las ramas. En nuestro ejemplo tendríamos que, al estar comprometidos con la fórmula inicial, *TW* la va descomponiendo hasta llegar a una disyuntiva, la de la figura 6, donde se nos pregunta si estamos comprometidos con la verdad de $\neg\exists x\ Cube(x)$ o bien con la verdad de $Tet(c) \vee \neg Tet(c)$.

Una estrategia perdedora consistiría en elegir la fórmula $\neg\exists x\ Cube(x)$ como verdadera, pues *TW* puede hacernos ver enseguida que existe un objeto (al que bautizará $n1$ y señalará en la parte de arriba) que sí es cubo. Como se ve en las figuras 7, 8 y 9, tardaríamos tres turnos en perder la partida.

Si hemos perdido pero *TW* nos advierte que podríamos haber ganado, debemos volver atrás unos pasos hasta algún turno donde se nos pedía elegir entre dos fórmulas. En nuestro caso, volveríamos hasta el turno de la figura 6. Elegiríamos $Tet(c) \vee \neg Tet(c)$. Después tendríamos que elegir entre $Tet(c)$ y $\neg Tet(c)$, quedándonos por supuesto con la primera. Alcanzaríamos así una estrategia ganadora, que se puede ver en las figuras 10 y 11.

Como ya dijimos antes, la función *Game* no proporciona un método general de prueba sino que tan sólo verifica si una fórmula dada es verdadera con respecto a un modelo particular. En nuestro ejemplo, el *Game* dará por buenas (después de interrogarnos un poco) tanto la fórmula 1 como la 4, sin "ver" ni "hacer ver" al usuario que la primera es tautológica mientras la segunda es contingente. Esto puede ser una característica poco interesante desde el punto de vista de la lógica formal, pero ciertamente es muy útil para la didáctica de la lógica, donde interesa más darse cuenta de por qué una fórmula es verdadera en este mundo o falsa en aquél que probar ciegamente si una fórmula es verdadera en cualquier mundo.

Ahora bien, lo que hace del *TW* una herramienta poco recomendable para el estudio de la lógica en tanto que lógica dialógica es el hecho de que no se establece un verdadero diálogo entre la máquina y el usuario. Una vez el usuario propone una fórmula, *TW* ayuda a demostrar su verdad o falsedad con respecto del modelo. Las sucesivas preguntas de *TW* sirven para comprobar si la fórmula es verdadera o falsa, pero son preguntas que el usuario puede prever con tan sólo conocer las reglas de las tablas semánticas y ponerse en el lugar de la máquina.

La lógica dialógica de Paul Lorenzen

Desde comienzos de los años sesenta del siglo XX comienza a verse la conexión entre lógica y teoría de juegos, al interpretarse aquélla como un posible juego donde las partes discuten sobre la verdad de una fórmula. En la lógica dialógica de Paul Lorenzen, similar en muchos aspectos a los juegos lógicos de Jaako Hintikka, que no exponemos por ser más complicados, hay dos jugadores (llamados respectivamente Proponente y Oponente) que discutirán la verdad de una fórmula, puesta por el Proponente, a lo largo de un juego de estrategia que discurre por turnos. Veámoslo con más detalle.

Descripción del juego dialógico:

- Hay dos jugadores: el Proponente y el Oponente.
- En el turno 0, el Proponente enuncia la fórmula a ser probada.
- Entonces el Oponente comienza el juego, que se regirá por turnos.
- En todo movimiento $n \geq 1$, tanto Proponente como Oponente deben llevar a cabo dos cosas, primero un anuncio y después una acción.
- Un anuncio puede adoptar dos formas distintas: o bien Ataco(n), o bien Defiendo(n), interpretadas respectivamente como "atacaré la afirmación hecha en el turno n" y "me defenderé frente al ataque hecho en el turno n".
- Una acción es uno de entre estos cinco movimientos: Afirmo (p), ¿Cuál?, ¿Izquierda?, ¿Derecha?, ¿Y si? Afirmo (p).
- Un jugador puede atacar aquellos turnos donde el rival afirmó algo. Dependiendo de la fórmula, tenemos los siguientes ataques: $p \wedge q$ puede ser atacado con ¿Cuál?; $p \vee q$ puede ser atacado con ¿Izquierda? o con ¿Derecha?; tanto $\neg p$ como $p \rightarrow q$ pueden ser atacados con ¿Y si afirmo (p)?
- Un jugador puede defenderse de aquellos turnos donde el rival inició un ataque. Dependiendo del ataque, tenemos las siguientes defensas. Si $p \vee q$ fue atacado con ¿Cuál?, caben las defensas Afirmo (p) y Afirmo (q). Si $p \wedge q$ fue atacado con ¿Izquierda?, hay que defenderse con Afirmo (p), y si fue atacado con ¿Derecha?, hay que defenderse con Afirmo (q). Si $p \rightarrow q$ fue atacado con ¿Y si? Afirmo (p), hay que defenderse con Afirmo (q). Finalmente no hay defensa posible ante un ataque sobre $\neg p$.

Las reglas que acabamos de detallar son comunes a todo sistema deductivo al estilo de Lorenzen. Existen sin embargo varios tipos de juego posibles, que dan lugar a diferentes conjuntos de teoremas; en realidad, Lorenzen no estaba interesado inicialmente en el juego clásico sino en el juego intuicionista en tanto que fundamento de la interpretación constructiva de las conectivas lógicas. Sea como fuere, nosotros consideramos a continuación aquel sistema de juego que reconoce *todos* los teoremas de la lógica proposicional clásica y *sólo* ellos.

Reglas para el juego clásico:

1. En cada turno, la acción y el anuncio deben corresponderse; es decir, que si el jugador anuncia Ataco(n) o Defiendo(n), la acción ha de ser respectivamente un ataque sobre n o una defensa ante n.
2. En el turno 0, el Proponente tiene que afirmar la fórmula a demostrar.

3. En el turno n+1, el Oponente tiene que o bien atacar o bien defender respecto al turno n.
4. En el turno n+1, el Proponente puede o bien atacar o bien defender respecto a cualquier turno.
5. El Oponente puede afirmar cualquier fórmula atómica.
6. El Proponente sólo puede afirmar fórmulas atómicas que hayan sido antes afirmadas por el Oponente.

Veamos por medio de algunos ejemplos cómo funciona este cálculo. Son tablas de tres columnas, donde la columna de la izquierda sirve para enumerar los turnos, la columna de en medio recoge las intervenciones del Oponente, y la columna de la derecha recoge las del Proponente. Comienza el juego con la fórmula que arriba a la derecha, en el turno 0, enuncia el Proponente.

Demostración de la fórmula $p\to p$

	Oponente	Proponente
0	———	Afirmo $(p\to p)$
1	Ataco (0) ¿Y si? Afirmo (p)	———
2	———	Defiendo (1) Afirmo (p)
3	———	———

Demostración de la fórmula $p\to p\vee q$

	Oponente	Proponente
0	———	Afirmo $(p\to p\vee q)$
1	Ataco (0) ¿Y si? Afirmo (p)	———
2	———	Defiendo (1) Afirmo $(p\vee q)$
3	Ataco (2) ¿Cuál?	———
4	———	Defiendo (3) Afirmo (p)

Demostración de la fórmula $\neg(p\wedge\neg p)$

	Oponente	Proponente
0	———	Afirmo $(\neg(p\wedge\neg p))$
1	Ataco (0) ¿Y si? Afirmo $(p\wedge\neg p)$	———
2	———	Ataco (1) ¿Izquierda?
3	Defiendo (2) Afirmo (p)	———
4	———	Ataco (1) ¿Derecha?
5	Defiendo (4) Afirmo $(\neg p)$	———
6	———	Ataco (5) ¿Y si? Afirmo (p)
7	———	———

Demostración de la fórmula $\neg\neg\neg p\to\neg p$

	Oponente	Proponente
0	———	Afirmo $(\neg\neg\neg p\to\neg p)$
1	Ataco (0) ¿Y si? Afirmo $(\neg\neg\neg p)$	———
2	———	Defiendo (1) Afirmo $(\neg p)$
3	Ataco (2) ¿Y si? Afirmo (p)	———

4	———	Ataco (1) ¿Y si? Afirmo (¬¬p)
5	Ataco (4) ¿Y si? Afirmo (¬p)	———
6	———	Ataco (5) ¿Y si? Afirmo (p)
7	———	———

Demostración de la fórmula (p→q) ∧ ¬q → ¬p

	Oponente	Proponente
0	———	Afirmo ((p→q) ∧ ¬q → ¬p)
1	Ataco (0) ¿Y si? Afirmo ((p→q)∧¬q)	———
2	———	Defiendo (1) Afirmo (¬p)
3	Ataco (2) ¿Y si? Afirmo (p)	———
4	———	Ataco (1) ¿Izquierda?
5	Defiendo (4) Afirmo (p→q)	———
6	———	Ataco (5) ¿Y si? Afirmo (p)

Filosóficamente, este método de prueba sugiere varias cosas. Primero, que es posible interpretar toda *demostración* matemática aparentemente impersonal como un *diálogo*, esto es, como un proceso donde dos agentes racionales colaboran en pos de establecer la verdad de una proposición. Quedaría por discutir la implicación inversa, es decir, si todo diálogo es de algún modo una demostración. Segundo, que del hecho de que dos o más agentes construyan una demostración no se sigue necesariamente que la verdad de ésta sea relativa al conocimiento o prejuicios de los agentes. Esta última observación es casi una paráfrasis del proverbio de Antonio Machado:

«¿Tu verdad? No, la Verdad;
y ven conmigo a buscarla,
la tuya guárdatela».

En el cálculo de Lorenzen, como en la flecha verbal de Machado, se acepta a un mismo tiempo que la búsqueda de la verdad es un proceso cooperativo y que sin embargo el resultado final, siendo un acuerdo entre iguales, no es una verdad de compromiso sino una verdad objetiva independiente de los deseos de los agentes.

A diferencia del *Inspector* en el *TW*, aquí no verificamos fórmulas respecto a modelos sino que tenemos un método general de prueba, es decir, un procedimiento por el cual reconocemos si una fórmula dada es o no es válida con respecto a todo modelo posible. Sin embargo, y al igual que sucedía con el *TW*, una vez que se parte de alguna fórmula en el primer turno, la capacidad de maniobra de las partes es muy limitada. Imaginemos que cada una de las partes es "interpretada" por un estudiante. Cualquiera de ellos tendrá que tomar decisiones en algún momento de la prueba, pero tales decisiones (i) estarán tomadas dentro de un abanico de posibilidades muy limitado, (ii) dichas posibilidades no dejarán de ser subfórmulas de la fórmula inicial, con lo cual no se pone en juego conocimiento nuevo aparte de la verdad o falsedad de la fórmula inicial y algunas de sus subfórmulas, (iii) excepto en casos particulares donde intervienen cuantificadores, que aquí no hemos tratado, las decisiones que deben tomar las partes nunca serán demasiado difíciles.

Las obligationes medievales

De las *obligationes* medievales ignoramos tanto su origen exacto como su propósito. Se trata de métodos de argumentación que regulan una discusión por turnos donde hay dos partes, un *opponens* que inicia la discusión, asumiendo la carga de la prueba, y un *respondens* que acepta el desafío. Existían seis tipos principales: *positio*, *depositio*, *dubitetur*, *institutio*, *rei veritas* y *petitio*, aunque de ellas solamente está bien estudiada hoy día la *positio*. En P. V. Spade podemos encontrar una buena síntesis, así como abundantes referencias a la literatura, que en los últimos años ha crecido muchísimo lo mismo en revistas de estudios medievales (*Franciscan Studies*, *Vivarium*, *Mediaeval Studies*, *Medioevo*...) que en revistas de lógica filosófica (*History and Philosophy of Logic*, *The Journal of Philosophy*, *Synthese*...). Nótese, por cierto, que el *opponens* medieval no se identifica con el Oponente de Lorenzen sino antes bien con el Proponente.

Sabemos que estas formas de discusión se imponen en los centros de estudio europeos de los siglos XIII y XIV, acaso como métodos de entrenamiento dialéctico, aunque no está muy claro en qué se entrenaban exactamente ni cuándo tenían lugar tales discusiones. Tampoco es evidente hasta qué punto se inspiraron en las indicaciones de Aristóteles en el libro I de los *Primeros Analíticos* o en el libro VIII de *Tópicos*, pues parece probado que las *obligationes* se practicaban en lugares donde las traducciones latinas de Aristóteles eran escasas (frecuentemente no se contaba con los *Primeros Analíticos*) o defectuosas. En cuanto a la finalidad de las *obligationes*, se ha argumentado que eran procedimientos de lo que hoy llamaríamos “defensa de una tesis doctoral”, aunque también se le ha quitado importancia a la posible dimensión pública de estos enfrentamientos dialécticos, llegándose a sugerir que eran herramientas semiformales para estudiar razonamientos contrafácticos.

Una *positio* consiste en lo siguiente. El *opponens* propone inicialmente una tesis, el *positum*, cuya verdad suele ser contingente. Y a continuación trata de demostrar la verdad de alguna otra proposición a un *respondens* que puede ir admitiendo, rechazando o simplemente dejando en suspenso las sucesivas afirmaciones que le va proponiendo el *opponens*. La libertad del *opponens* a la hora de proponer afirmaciones es total. El *respondens*, en cambio, está constreñido a varios factores: la aceptación del *positum*; las reglas formales que le permiten aceptar, rechazar o dejar sin juzgar sucesivas propuestas de la otra parte; y finalmente sus propios conocimientos sobre proposiciones contingentes.

Veremos aquí dos variedades principales de *positio* que fueron inventadas en la primera mitad del siglo XIV e influyeron a lo largo de toda esa centuria. La primera de ellas, denominada *responsio antiqua*, fue propuesta por Walter Burley. La segunda, conocida como *responsio nova*, surge en respuesta a aquélla y se atribuye a Roger Swyneshed. Sendos tipos de disputa son expuestos y comentados por Spade de una manera accesible. Existe un tratamiento histórico más exhaustivo en la literatura especializada. Para una buena formalización en términos de lógica formal contemporánea, Dutilh se ocupa de la *positio* de Burley, mientras que Dutilh hace lo propio con la de Swyneshed.

Descripción de una disputa tipo *positio*:

- Hay dos jugadores: el *opponens* y el *respondens*.
- En el turno $n = 0$, el *opponens* comienza postulando una fórmula φ^* (llamada *positum*)
- Entonces el *respondens* puede aceptar o rechazar φ^*. Si la rechaza, el juego ha terminado. Si la acepta, comienza el juego con $\Phi_0 = \{\varphi^*\}$.

• En cada turno $n > 0$, el *opponens* propone una fórmula φ_n y el *respondens* puede a continuación admitirla, rechazarla o dudar de ella de acuerdo a ciertas reglas. Si la admite, entonces $\Phi_{n+1} = \Phi_n \cup \{\varphi_n\}$. Si la rechaza, entonces $\Phi_{n+1} = \Phi_n \cup \{\neg\varphi_n\}$. Si duda, entonces $\Phi_{n+1} = \Phi_n$.

• El *opponens* puede dar por finalizada la disputa en cualquier momento, diciendo simplemente *tempus cedat*.

Esta descripción vale tanto para las *obligationes* de Burley como para las de Swyneshed. Veamos ahora las reglas específicas de Burley. Ellas determinan cómo puede reaccionar el *respondens* ante la iniciativa del *opponens*.

Reglas para la *positio* de Burley:

1. Una fórmula φ_n en el turno n es "pertinente" cuando o bien $\Phi_n \vdash \varphi_n$, o bien $\Phi_n \vdash \neg\varphi_n$. En el primer caso, el *respondens* tiene que admitir φ_n. En el segundo caso, el *respondens* tiene que rechazar φ_n.
2. La fórmula φ_n en el turno n será "impertinente" cuando no sea pertinente. En este caso, el *respondens* la admitirá si sabe que es verdadera, la rechazará si sabe que es falsa, y dudará de ella si no sabe si es verdadera o falsa.

Veamos algunos ejemplos. Comparando los dos primeros observaremos que, partiendo de un mismo *positum*, el orden en que el *opponens* vaya proponiendo sus tesis influirá sobre el resultado final; una propiedad muy interesante si de lo que se trata es de conseguir que las partes utilicen su ingenio a lo largo de la disputa. Propiedades más abstractas serán comentadas tras los ejemplos.

Ejemplo_I	Opponens	Respondens	Comentarios
0	Postulo que el fundador del raciovitalismo fue Xavier Zubiri: φ^*	Lo acepto	$\Phi_0 = \{\varphi^*\}$, pues si no acepta el *positum* no hay disputa posible.
1	Zubiri era vasco: φ_1	Lo acepto	$\Phi_1 = \{\varphi^*, \varphi_1\}$, pues φ_1 es impertinente y cierta.
2	El fundador del raciovitalismo era vasco: φ_2	Lo acepto	$\Phi_2 = \{\varphi^*, \varphi_1, \varphi_2\}$, pues φ_2 es pertinente y se sigue de Φ_1.

Ejemplo_II	Opponens	Respondens	Comentarios
0	Postulo que el fundador del raciovitalismo fue Xavier Zubiri: φ^*	Lo acepto	$\Phi_0 = \{\varphi^*\}$, pues si no acepta el *positum* no hay disputa posible.
1	El fundador del raciovitalismo era vasco: φ_1	Lo niego	$\Phi_1 = \{\varphi^*, \neg\varphi_1\}$, pues φ_1 es impertinente y falsa.
2	Zubiri era vasco: φ_2	Lo niego	$\Phi_2 = \{\varphi^*, \neg\varphi_1, \neg\varphi_2\}$, pues φ_2 es pertinente y su negación se sigue de

			Φ_1.

Ejemplo_III	Opponens	Respondens	Comentarios
0	Postulo que o bien tú eres yo o bien tuviste un tatarabuelo que alguna vez creyó que era bisexual: φ^*	Lo acepto	$\Phi_0 = \{\varphi^*\}$, pues si no acepta el *positum* no hay disputa posible.
1	Tuviste un tatarabuelo que alguna vez creyó que era bisexual: φ_1	Lo ignoro	$\Phi_1 = \{\varphi^*\}$, pues φ_1 es impertinente y desconocido.
2	Tú eres yo: φ_2	Lo niego	$\Phi_2 = \{\varphi^*, \neg\varphi_2\}$, pues φ_2 es impertinente y falso.
3	Tuviste un tatarabuelo que alguna vez creyó que era bisexual: φ_3	Lo admito	$\Phi_3 = \{\varphi^*, \neg\varphi_2, \varphi_3\}$, pues φ_3 es pertinente y se sigue de Φ_2.

Algunas propiedades interesantes de la *positio* de Burley:

Si el *positum* inicial es consistente, entonces el conjunto Φ_i será consistente para cualquier i.

- Puede ocurrir que en diferentes turnos de una misma disputa el *respondens* aporte diferentes respuestas a una misma cuestión, como podemos constatar en el ejemplo III. Esto es bastante realista si consideramos que en conversaciones cotidianas llegamos a “regatear” la verdad de una proposición según nos conviene.
- El *opponens* puede ingeniárselas para que el *respondens* admita cualquier proposición que sea consistente con lo dicho anteriormente; lo único que tiene que hacer es esperar a que el *respondens* dé por bueno un *positum* falso. Que esto sea realista dependerá de la eficacia que atribuyamos a la persuasión en los contextos argumentativos.

Demostramos a continuación primera y tercera de estas propiedades; la segunda ya ha sido ejemplificada.

Teorema 1: Tómense una *positio* de Burley y un turno n cualesquiera. Si el *positum* φ^* es consistente, entonces Φ_k es consistente para todo $k \leq n$.

Demostración: Por inducción sobre n. Si $n = 0$, entonces $\Phi_0 = \{\varphi^*\}$. Dado que φ^* es consistente, Φ_0 también lo es.

Asumimos la hipótesis de inducción (H.I.): para un determinado n, Φ_k es consistente para cada $k \leq n$. Demostremos que $\Phi_{\mathrm{n}+1}$ es un conjunto consistente. Como Φ_n viene de la secuencia $\langle\varphi^*, \varphi_1, ..., \varphi_{n-1}\rangle$ de propuestas del *opponens*, debemos considerar la siguiente, es decir φ_n. Ésta puede ser pertinente o impertinente.

Si es pertinente, o bien $\Phi_n \vdash \varphi_n$ o bien $\Phi_n \vdash \neg\varphi_n$. En el primer caso, el *respondens* debe conceder y así $\Phi_{n+1} = \Phi_n \cup \{\varphi_n\}$, que es consistente porque Φ_n es consistente según la H.I. y φ_n es una de sus consecuencias. En el segundo caso, el *respondens* debe rechazar y así $\Phi_{n+1} = \Phi_n \cup \{\neg\varphi_n\}$, que es consistente porque Φ_n es consistente según la H.I. y de nuevo $\neg\varphi_n$ es una de sus consecuencias.

¿Qué ocurre si φ_n no es pertinente? Hay tres posibilidades. (1) El *respondens* sabe que φ_n es verdadero, lo concede y entonces $\Phi_{n+1} = \Phi_n \cup \{\varphi_n\}$. En este caso Φ_{n+1} es consistente porque Φ_n lo es debido a la I.H., y además Φ_n y $\{\varphi_n\}$ son independientes uno de otro. (2) El *respondens* sabe que φ_n es falso, lo rechaza y entonces $\Phi_{n+1} = \Phi_n \cup \{\neg\varphi_n\}$. En este caso Φ_{n+1} es consistente por la misma razón que antes. (3) El *respondens* no sabe si φ_n es verdadero o falso, duda y entonces $\Phi_{n+1} = \Phi_n$. En este caso Φ_{n+1} es consistente porque Φ_n lo es según la H.I. *QED*.

Teorema 2: Tómense una *positio* de Burley y un positum φ^* que sea falso. Entonces el *opponens* puede obligar al *respondens* a aceptar cualquier ψ que sea consistente con φ^*.

Demostración: Una vez que el *respondens* ha admitido φ^*, el *opponens* puede en cualquier turno n proponer $\neg \varphi^* \vee \psi$. En caso de que φ^* implique ψ, tenemos que también implica $\neg \varphi^* \vee \psi$ y por tanto esta última es pertinente; lo es de tal modo que el *respondens* admite su verdad. En caso de que φ^* no implique ψ, y por tanto no implique $\neg \varphi^* \vee \psi$, tenemos por hipótesis que tampoco implica $\neg\psi$ (recordemos que ψ era consistente con φ^*), con lo que $\neg \varphi^* \vee \psi$ resulta ser impertinente. Pero además es verdadera, pues si φ^* es falso, $\neg\varphi^*$ es verdadero, por tanto también $\neg \varphi^* \vee \psi$.

Sólo resta que en n+1 el *opponens* proponga ψ, ya que esto último es pertinente y se sigue de Φ_n, en particular de φ^* y de $\neg \varphi^* \vee \psi$. *QED*.

A continuación vamos a esbozar la propuesta de Swyneshed. Consiste en restringir la definición de pertinencia de tal modo que, dada una fórmula φ_n, no se la compara con el conjunto Φ_n de fórmulas aceptadas sino tan sólo con el *positum* original. Esto tiene profundas consecuencias formales, pues a cada turno se comienza en cierto modo desde cero; no cuenta, por así decir, lo ganado hasta entonces.

Reglas para la *positio* de Swyneshed:

1. Una fórmula φ_n en el turno n es "pertinente" cuando o bien $\varphi^* \vdash \varphi_n$, o bien $\varphi^* \vdash \neg\varphi_n$. En el primer caso, el *respondens* tiene que admitir φ_n. En el segundo caso, el *respondens* tiene que rechazar φ_n.

2. La fórmula φ_n en el turno n será "impertinente" cuando no sea pertinente. En este caso, el *respondens* la admitirá si sabe que es verdadera, la rechazará si sabe que es falsa, y dudará de ella si no sabe si es verdadera o falsa.

Damos a continuación una disputa que es legítima según el sistema de Swyneshed pero no según el de Burley.

Ejemplo_IV	Opponens	Respondens	Comentarios
0	Postulo que o bien tú eres yo, o bien dos y dos son siete: $\varphi_1 \vee \varphi_2$	Lo acepto	$\Phi_0 = \{\varphi_1 \vee \varphi_2\}$, pues si no acepta el *positum* no hay disputa posible.
1	Tú eres yo: φ_1	Lo niego	$\Phi_1 = \{\varphi_1 \vee \varphi_2, \neg\varphi_1\}$, pues φ_1 es impertinente y falso.
2	Dos y dos son siete: φ_2	Lo niego	$\Phi_2 = \{\varphi_1 \vee \varphi_2, \neg\varphi_1, \neg\varphi_2\}$, pues φ_2 es impertinente y falso (recordemos aquí la

			nueva definición de pertinencia).

Algunas propiedades de la *positio* de Swyneshed:

- Que el *positum* inicial sea consistente no asegura que el conjunto Φ_i será consistente para cualquier *i*. De hecho, el ejemplo IV contiene un conjunto Φ_i que es inconsistente. Recordemos que esto no pasaba con la *positio* de Burley.
- No puede ocurrir que en diferentes turnos de una misma disputa el *respondens* aporte diferentes respuestas a una misma cuestión. La demostración de esto queda para el lector. Y de nuevo tenemos que en el sistema de Burley ocurre lo contrario.
- El *opponens* puede ingeniárselas para que el *respondens* admita cualquier proposición que sea consistente con lo dicho anteriormente; lo único que tiene que hacer es esperar a que el *respondens* dé por bueno un *positum* falso. La demostración es la misma que para el caso de la *positio* de Burley.

Comparando la primera propiedad que destacábamos a propósito del sistema de Burley con la primera propiedad del sistema de Swyneshed, hemos visto que el primer sistema mantiene la "consistencia global" de Φ_n, por así decir, mientras que en el sistema de Swyneshed dicha consistencia puede ser violada. Ahora bien, existe una noción de "consistencia local" en la que coinciden ambos sistemas. Pues ni en el de Burley ni en el de Swyneshed puede ocurrir que el *respondens* admita φ en un turno y $\neg\varphi$ en un turno posterior. Omitimos la prueba.

En este punto podemos advertir que el modelo matemático que se induce a partir de *obligationes* medievales como la de Burley o la de Swyneshed, sin ser todavía muy realista, se acerca más que la lógica dialógica de Lorenzen al modo en que los humanos discutimos entre nosotros. Tenemos por ejemplo que el *opponens* puede sorprender al *respondens* con tantas proposiciones inesperadas cuantas quiera; ya no se restringe el diálogo a subfórmulas de una fórmula dada. Tenemos también que el *respondens*, aunque sometido a ciertas reglas estrictas, depende de un conocimiento previo a causa del cual podemos ver dicha figura como un agente concreto (bien que algo pasivo) en medio de un episodio argumentativo donde la otra parte trata de convencerle sobre algo.

Conclusión

Hemos comparado tres sistemas lógicos que en menor o mayor medida pueden compararse con situaciones de diálogo real. En cuanto a la participación del alumnado, vimos que en el *TW* sólo es posible la interacción humano-máquina mientras que tanto la dialógica de Lorenzen como las *obligationes* pueden ser aprendidas mediante interacciones humano-humano. En cuanto al nivel de creatividad que pueden desarrollar las partes del diálogo, el *TW* no deja lugar alguno a la creatividad (como mucho admite alguna estrategia de resolución óptima de tablas semánticas), la dialógica de Lorenzen tampoco permite grandes dosis de creatividad a menos que la fórmula a demostrar sea muy compleja, y en fin las *obligationes* sí pueden utilizarse para generar situaciones sorprendentes como las que veíamos en los ejemplos I a IV del apartado anterior.

La principal ventaja de las *obligationes* reside en la posibilidad, por parte del *opponens*, de proponer continuamente nuevas proposiciones, hacerlo en el orden adecuado y contar además con el conocimiento previo del *respondens*. Éste sabe que va a ser persuadido de algo, pero al revés que en el caso del *TW* o de la dialógica de Lorenzen, ignora exactamente qué es lo que pretende la otra parte. Es en modelos normativos como éste donde nos ha parecido encontrar el equilibrio perfecto entre la creatividad, por un lado, y el rigor lógico, por otro. Qué modelos puedan ser de utilidad en el análisis de diálogos reales es ya una cuestión diferente, que debe ser tratada con herramientas mucho más sofisticadas que las utilizadas en este ensayo.

BIBLIOGRAFÍA:

BARWISE, JON. Etchemendy, John: *Tarski's World. Version 4.0 for MS Windows*, CSLI Publications, Stanford, 1993. (Existe también una versión para Macintosh).

DUTILH NOVAES, CATARINA. "Medieval obligationes as logical games of consistency maintenance", *Synthese*, núm. 145, 2005, Págs. 371–395.

DUTILH NOVAES, CATARINA. "Roger Swyneshed's obligationes: a logical game of inference recognition?", *Synthese*, núm. 151, 2006, Págs. 125–153.

HINTIKKA, JAAKO. *Logic, Language-Games and Information*, Clarendon Press, Oxford, 1973.

LORENZEN, PAUL:.*Formal Logic*, Reidel, Dordrecht, 1965. (Original alemán de 1958).

SPADE, PAUL VINCENT. "Medieval Theories of Obligationes", Stanford Encyclopedia of Philosophy

VAN BENTHEM, Johan. *Logic in Games*, Lecture Notes, ILLC, Amsterdam, 2001. En http://www.illc.uva.nl

VAN BENTHEM, JOHAN. "Arte y lógica de la conversación", *Investigación y Ciencia*, núm. 356, mayo 2006, Págs. 44–49.

VEGA, LUIS. *Si de argumentar se trata*, Montesinos, Barcelona, 2003.

WESTON, Anthony. *Las claves de la argumentación*, Ariel, Barcelona, 2005. (Original inglés de 1987).