

INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA EN EDUCACIÓN INFANTIL: UN ITINERARIO DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA DE LOS PATRONES

Ángel Alsina
angel.alsina@udg.edu

Ione Giralt
ione.giralt.dilme@gmail.com

UNIVERSIDAD DE GIRONA

Recibido: 25 de septiembre de 2016

Aceptado: 31 de mayo de 2017

Resumen

En este artículo se presenta un itinerario didáctico para la enseñanza de los patrones en Educación Infantil. En primer lugar se argumenta la incorporación de estos conocimientos algebraicos en el currículo por su relevante papel en el desarrollo de la inteligencia de los alumnos; en segundo lugar se exponen los principales contenidos, que se refieren al reconocimiento y a la generación de patrones de repetición y de crecimiento; en tercer lugar se presenta un itinerario didáctico que considera diferentes contextos de enseñanza: situaciones de vida cotidiana, materiales manipulativos, juegos, recursos populares (cuentos y canciones) y recursos digitales. Finalmente, con base en este itinerario, se presentan algunas propuestas implementadas en aulas de Educación Infantil para trabajar los patrones.

Palabras clave: álgebra, patrones, itinerario didáctico, contextos de enseñanza, educación infantil.

Abstract

In this article a didactic itinerary for teaching patterns in Early Childhood Education is presented. First the incorporation of this algebraic knowledge in the curriculum is argued, for its important role in the development of intelligence; secondly, are specified the main contents about patterns: recognition and generation of repeating patterns and growth patterns; thirdly, a didactic itinerary which considers different teaching contexts is presented: everyday life situations, manipulatives, games, popular resources (stories and songs) and digital resources. Finally, some proposals to work patterns in these different contexts are shown.

Keywords: algebra, patterns, didactic itinerary, teaching contexts, Early Childhood education

1.- Introducción

Las prácticas matemáticas infantiles se caracterizan por una presencia considerable de actividades algebraicas, como por ejemplo relaciones de distintos tipos (clasificaciones y ordenaciones, entre otras), patrones, análisis de cambios en contextos diversos, etc. Tradicionalmente, estas actividades se han categorizado dentro de un bloque denominado “lógica”, “lógica matemática” o bien “razonamiento lógico-matemático”, principalmente por la influencia de autores como Dienes (1974) y sobre todo de Piaget, que usó el término “estructuras lógico-matemáticas” para referirse a las seriaciones y a las clasificaciones como eslabones necesarios para adquirir la noción de número (Piaget e Inhelder, 1941). A pesar de que en la actualidad los currículos de Educación Infantil de algunos países todavía siguen haciendo referencia al razonamiento lógico-matemático por la influencia piagetiana, otras orientaciones curriculares contemporáneas se refieren ya de forma explícita al álgebra. Este es el caso, por ejemplo, del Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos (NCTM, 2003), que establece cinco estándares de contenidos para una educación matemática de calidad desde los tres años: números y operaciones, álgebra, geometría, medida y análisis de datos y probabilidad.

A menudo el álgebra se ha asociado exclusivamente al lenguaje simbólico de las matemáticas, y por esta razón se ha considerado erróneamente que el trabajo debía iniciarse en etapas superiores, sobre todo a partir de secundaria. Con el objeto de modificar esta visión del álgebra asociada exclusivamente a lo abstracto, el NCTM (2003, p. 31) realiza la siguiente aclaración:

Aunque los conceptos discutidos en este Estándar son algebraicos, esto no significa que los alumnos de los primeros niveles deban tratar con el simbolismo frecuentemente enseñado en un curso tradicional de Álgebra de la escuela secundaria.

Incluso antes de la escolarización formal, los niños desarrollan el inicio de conceptos concernientes a patrones, funciones y álgebra. Aprenden canciones repetitivas, cantos rítmicos o poemas que invitan a predecir o conjeturar, basados en patrones de crecimiento y en la repetición. El reconocimiento, la comparación y el análisis de patrones son componentes importantes del desarrollo intelectual de los alumnos.

Del fragmento anterior se desprenden dos ideas fundamentales para la educación matemática infantil: 1) la importancia de los conocimientos algebraicos para el desarrollo de la inteligencia de los alumnos de las primeras edades, tal como ya preconizó Montessori (1915) al instaurar dentro de las aulas de las *Case dei Bambini* una zona denominada sensorial, con una gran diversidad de materiales manipulativos para realizar relaciones algebraicas (ordenaciones, correspondencias, etc.); o bien Dienes (1974) quien diseñó los Bloques Lógicos, un material que todavía se sigue usando en la actualidad para llevar a cabo actividades algebraicas de diversa índole como agrupaciones, clasificaciones, correspondencias, etc. con el propósito de ayudar a los niños a estructurar su pensamiento y desarrollar su capacidad de razonar; 2) la importancia que, dentro del álgebra, adquiere la enseñanza de los patrones (tanto de repetición como de crecimiento),

para desarrollar distintas habilidades durante las primeras edades como por ejemplo predecir o bien conjeturar.

Desde este prisma, en este artículo se presenta un itinerario didáctico para trabajar los patrones en Educación Infantil. En dicho itinerario se consideran diferentes contextos de enseñanza-aprendizaje y se aportan diferentes propuestas para ser implementadas en el aula.

2.- Los patrones en Educación Infantil: fundamentación, contenidos e itinerario didáctico

Como se ha indicado, la prestigiosa asociación de profesores de matemáticas de Estados Unidos señala que los programas de enseñanza deberían capacitar a los alumnos a partir de 3 años para aprender conocimientos algebraicos (NCTM, 2003). Los principios y estándares que establecen son el resultado del trabajo compartido de profesores de matemáticas de Educación Infantil, Primaria y Secundaria; de multitud de sociedades de padres; de grupos de expertos; de seminarios de estudio; de equipos de innovación; de editoriales; de matemáticos preocupados por la enseñanza; de investigadores en educación; y responsables, en general, del currículum de matemáticas. En la Tabla 1 se exponen los estándares de Álgebra referentes a los patrones para la Etapa Pre-K-2 (3 a 8 años de edad):

Comprender patrones, relaciones y funciones.	Seleccionar, clasificar y ordenar objetos por el tamaño, la cantidad y otras propiedades. Reconocer, descubrir y ampliar patrones tales como secuencias de sonidos y formas o sencillos patrones numéricos, y pasar de una representación a otra. Analizar cómo se generan patrones de repetición y de crecimiento.
Representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas utilizando símbolos algebraicos	Ilustrar los procesos generales y las propiedades de las operaciones, como la conmutatividad, usando números. Usar representaciones concretas, pictóricas y verbales para desarrollar la comprensión de notaciones simbólicas inventadas y convencionales.
Usar modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas	Modelizar situaciones relativas a la adición y sustracción de números naturales, utilizando objetos, dibujos y símbolos.
Analizar el cambio en contextos diversos	Describir cambios cualitativos, como “ser más alto” Describir cambios cuantitativos, como el aumento de estatura de un alumno en dos pulgadas en un año.

Tabla 1. Estándares de álgebra en la Etapa Pre-K-2 (NCTM, 2003)

Estas orientaciones pretenden ser un recurso y una guía para todos los que toman decisiones que afectan a la educación matemática, por lo que progresivamente se van introduciendo en la mayoría de currículos contemporáneos de matemáticas de Educación Infantil. En el caso español, en la Orden ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, por la que

se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación Infantil, se indican conocimientos algebraicos referentes a dos tipos relaciones básicas (clasificaciones y ordenaciones) y también al análisis de cambios:

	Segundo ciclo (3-6 años)
Área 1. Conocimiento de sí mismo y autonomía personal	Percepción de los cambios físicos propios y de su relación con el paso del tiempo.
Área 2. Conocimiento del entorno	Percepción de semejanzas y diferencias entre los objetos. Discriminación de algunos atributos de objetos y materias. Interés por la clasificación de elementos. Relaciones de pertenencia y no pertenencia. Identificación de cualidades y sus grados. Ordenación gradual de elementos. Detección de algunas características, comportamientos, funciones y cambios en los seres vivos. Observación, discriminación y clasificación de animales y plantas.

Tabla II. Conocimientos algebraicos en la Orden ECI/3960/2007

En la tabla II se observa que aunque en las directrices curriculares españolas no se hace alusión explícita a los patrones, se hace referencia a las clasificaciones y ordenaciones, que son el punto de partida imprescindible para su enseñanza. A pesar de esta omisión, cabe señalar que en los Decretos que ordenan las enseñanzas para la Educación Infantil de diversas CCAA aparecen explícitamente puesto que, como se ha indicado, los patrones constituyen una de las actividades algebraicas más significativas. Como señala Torra (2012), buscar patrones abre la posibilidad de prever y de anticiparse a lo que va a suceder. En este sentido, los patrones se basan en una racionalidad, indican que las cosas no pasan por casualidad y esto transmite seguridad y despierta la curiosidad de los niños.

Considerando las orientaciones internacionales, pues, se observa que los conocimientos relativos a los patrones en las primeras edades se refieren tanto al reconocimiento como a la generación de patrones de repetición y de crecimiento a partir de sonidos, formas, números, etc.

Los patrones de repetición son una correspondencia por copia, en los que se repite n veces el patrón dado:

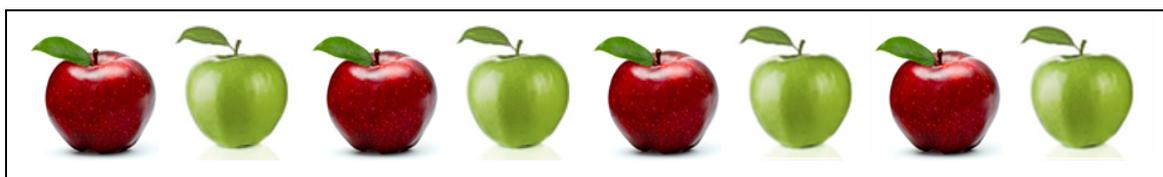


Figura 1. Patrón de repetición

Algunos autores han planteado expectativas en relación a los patrones de repetición. Threlfall (1999), por ejemplo, señala los siguientes niveles de dificultad (de menor a mayor) para los niños de las primeras edades: AB, AAABBB, AABB, AAB, AAAB, ABC, AAABBBCCC, AABBC, ACCCBCCC, AAABC, AACB, AABBC.

En los patrones de crecimiento (o decrecimiento), alguno (o todos) los elementos crecen o decrecen, y alguno puede mantenerse constante.

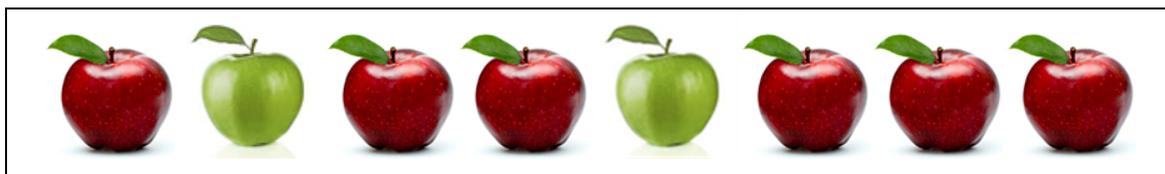


Figura 2. Patrón de crecimiento

En cualquier caso, para llevar a cabo una enseñanza eficaz de los patrones en Educación Infantil deberían considerarse por lo menos dos aspectos interrelacionados, que hacen referencia a los contextos de enseñanza y a la planificación y gestión de las propuestas en estos contextos (Alsina, 2016).

Alsina (2010) plantea un itinerario didáctico a través de un organigrama piramidal en el que se incluyen diferentes recursos para trabajar matemáticas en las primeras edades:

“En la base de este organigrama piramidal están los recursos que necesitan todos alumnos y que, por lo tanto, se podrían y deberían “consumir” diariamente para desarrollar la competencia matemática. Ahí están las situaciones problemáticas y los retos que surgen en la vida cotidiana de cada día; la observación y el análisis de los elementos matemáticos de nuestro contexto (matematización del entorno); la manipulación con materiales diversos, dado que la acción sobre los objetos posibilita que los alumnos puedan elaborar esquemas mentales de conocimiento; o bien el uso de juegos, entendidos como la resolución de situaciones problemáticas. Después aparecen los que deben “tomarse” alternativamente varias veces a la semana, como los recursos literarios con un contenido matemático o los recursos tecnológicos como el ordenador y la calculadora. Por último, en la cúspide, se encuentran los recursos que deberían usarse de forma ocasional, concretamente los libros de texto” (Alsina, 2010, p. 13-14).

De acuerdo con este itinerario, el NCTM (2003, p. 95) afirma que “los alumnos de *Prekindergarten* identifican patrones en su entorno”. Parece, pues, que para poder llevar a cabo una enseñanza eficaz, en primer lugar es necesario potenciar la identificación de patrones en la vida cotidiana. Se trata de favorecer que los niños exploren patrones en su entorno más cercano a través, por ejemplo, de las rutinas: “primero viene la comida, después la siesta”; “después del lunes viene el martes”; o “el lunes toca plástica, el martes psicomotricidad”.

También es importante proporcionar una gran variedad y cantidad de materiales manipulativos, así como recursos lúdicos para que los alumnos de Educación Infantil

puedan trabajar los patrones de diferentes maneras, evitando así la monotonía. En este sentido, es recomendable también presentar un mismo patrón con diferentes materiales (Araujo, Palhares y Giménez, 2008), con la finalidad de que se den cuenta de que dos situaciones aparentemente diferentes pueden tener la misma forma o la misma característica matemática. Torra (2007) insiste también en esta idea, que es fundamental para que los niños observen la regularidad de los patrones, más allá de su apariencia física. En la figura 3, por ejemplo se observa como un grupo de alumnos han realizado seriaciones con policubos siguiendo patrones de repetición, seguidamente han analizado los que tienen el mismo patrón y lo han representado gráficamente:

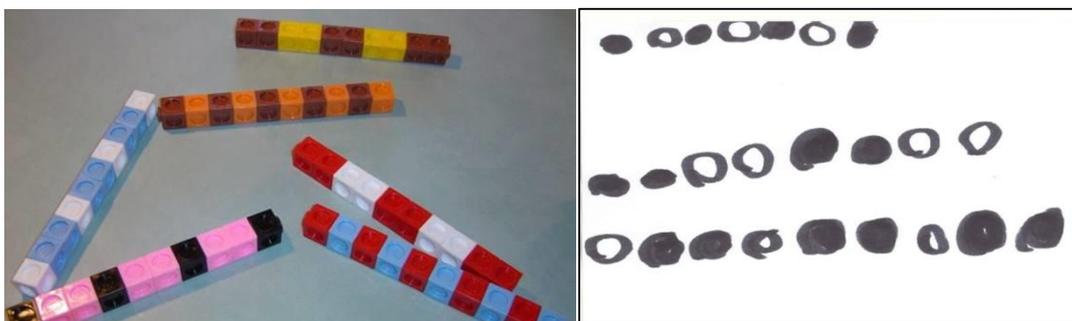


Figura 3. Análisis y representación de patrones (Torra, 2007)

En este sentido, el NCTM (2003, p. 95) señala que “los profesores deberían ayudar a sus alumnos a desarrollar habilidad para hacer generalizaciones, mediante preguntas como éstas: ¿cómo se podría describir este patrón?, cómo puede repetirse o ampliarse? o ¿en qué se parecen estos patrones?”. Greenes, Cavanagh, Dacey, Findell y Small (2001) indican que cuando se aprecia que los niños son capaces de descubrir cuál es la relación en un patrón determinado, es importante darles la posibilidad de representar gráficamente el patrón, por ejemplo: el patrón azul-azul-amarillo también se puede representar mediante la forma: AAB. De esta manera, daremos a los niños la oportunidad de iniciarse en la potencia del álgebra.

Siguiendo el itinerario didáctico propuesto en el diagrama piramidal de Alsina (2010), los recursos literarios y populares como cuentos, canciones, etc. son también un contexto muy adecuado para el análisis de patrones. En los cuentos tradicionales, por ejemplo, se pueden encontrar diferentes modalidades de patrones: patrones de crecimiento, patrones de repetición, patrones de orden, entre otros (Torra, 2012). Las canciones y los ritmos musicales ofrecen también la posibilidad de trabajar los patrones, ya que gran parte de canciones y ritmos de las primeras edades se basan en patrones de repetición.

Teniendo en cuenta la realidad social contemporánea, altamente tecnificada, también es importante el uso de los recursos digitales, tanto para promover la comprensión de ideas matemáticas a través de *apps* como para incentivar el pensamiento computacional y, de forma más concreta, la habilidad de pensar lógicamente a través de

la programación de juegos virtuales sencillos, la elaboración de una historia interactiva, la programación del comportamiento de un robot, etc. (Brennan y Resnick, 2012). Todo ello, por supuesto, considerando las posibilidades de los alumnos de las primeras edades.

Desde una perspectiva genérica, Torra (2007) argumenta que el trabajo de los patrones en Educación Infantil fomenta la aparición de ideas y procesos fundamentales en las matemáticas: la *recurrencia* aparece cuando buscan la estructura de repetición que tiene una serie; la *inducción* se da cuando se les pide que continúen una serie; la *conjeturación* aparece cuando anticipan cual será la última pieza que tendrán que colocar; y la *comunicación de ideas* y la *representación simbólica* los ayuda a darse cuenta que cuando dos cosas aparentemente diferentes se pueden representar de una misma manera es porque tienen alguna cosa en común. En este sentido, el NCTM (2003) señala que muchos de estos procesos son la base del entendimiento de la iteración y la recursión.

La planificación y la gestión docente es, pues, un aspecto clave para que se den estos procesos, por lo que en la segunda parte de este artículo se presentan algunas propuestas para trabajar los patrones en los diferentes contextos de enseñanza-aprendizaje considerados en el itinerario descrito.

3.- Propuestas de actividades para trabajar los patrones en Educación Infantil

Se presentan nueve propuestas que han sido implementadas en el Colegio Balandrau de Girona, con un grupo de alumnos de 5 años.

Propuesta 1: Observación de patrones en el entorno

En la primera parte de este artículo se ha indicado que los niños de las primeras edades descubren patrones en su entorno, puesto que están presentes en situaciones como las rutinas, movimientos, sonidos, etc.

En este sentido, el objetivo de esta primera propuesta es reconocer secuencias en situaciones reales. En nuestro caso, la gestión ha consistido en presentar la imagen de un piano y preguntarles si ven algún ritmo o secuencia.



Figura 4. Reconocimiento de patrones en un piano

El propósito al mostrar la imagen del piano fue que los alumnos descubrieran el patrón “tres-dos”, centrando la atención en las teclas negras. Sin embargo, durante el

diálogo han aparecido otros patrones más elementales como “blanco-negro” (a partir de las teclas del piano en general) o “arriba-abajo” (a partir de la posición de las teclas blancas y negras).

Propuesta 2: El tren humano

Se trabajan los patrones a partir del propio cuerpo. La actividad en cuestión consiste en pegar una pegatina en la nariz de cada alumno. En este caso se han utilizado tres pegatinas diferentes: círculo lila, cuadrado rojo y triángulo verde.

Una vez todos los niños tienen pegada una pegatina en la nariz, se escogen dos responsables de hacer el tren. Se muestra en la pizarra el patrón que debe seguir el tren y los niños deben formar un tren que siga este patrón. Una vez terminado, la maestra debe comprobar el tren y, si este es correcto, se podrá moverse por la clase.



Figura 5. Construcción del tren humano a partir de la lectura del patrón

Propuesta 3: Tren con materiales naturales

Esta propuesta se ha planificado para introducir el concepto de serie, así como el de patrón, con el objeto de que los niños se vayan familiarizando con el lenguaje matemático. La actividad consiste en seguir un patrón mediante material cercano a los niños. En este caso concreto se ha utilizado material natural: tapones de corcho, almendras y conchas. Los patrones se tienen que presentar de manera variada, de más sencillos a más complejos.



Figura 6. Construcción de diferentes patrones con material natural

Propuesta 4: patrones verticales

Esta propuesta se ha llevado a cabo con bolitas de diferentes colores, tubos transparentes y tarjetas con diferentes patrones.



Figura 7. Material utilizado

La finalidad que se persigue es que los niños conozcan bien el significado de patrón y que mantengan la atención durante el seguimiento de la serie en el tubo transparente. La tarea consiste en reproducir una serie en el tubo transparente siguiendo el patrón que indica la tarjeta.



Figura 8. Niños mostrando la serie y el patrón seguido

Posteriormente se pide a los alumnos que inventen sus propios patrones y los dibujen en una tarjeta, con la finalidad de que todos sus compañeros puedan reproducirlos.



Figura 9. Nuevos patrones

Propuesta 5: patrones circulares

Esta propuesta se lleva a cabo a partir de disquetes pintados y pinzas de colores. En el disquete se pega una serie de adhesivos de diferentes colores: los niños deben coger un disquete, fijarse en la serie, identificar el patrón y seguir la serie pegando pinzas de los colores correspondientes hasta dar la vuelta al disquete.



Figura 10. Material utilizado



Figura 11. Construcción del patrón circular

Propuesta 6: patrones con policubos

Esta propuesta consta de dos partes. En la primera se les pide a los niños que hagan una serie con dos condiciones: “utilizar dos colores” y “utilizar diez piezas” (de esta manera, nos aseguramos que haya series similares). Una vez hechas las series, se les plantea la pregunta: “¿Qué series son similares, por qué?”, con el objeto de que analicen las series y centren la atención en el patrón utilizado (independiente de los colores que se han utilizado), hasta llegar a hacer una clasificación en función del patrón.



Figura 12. Clasificaciones de las series según el patrón seguido

Finalmente, cuando se ha hecho la clasificación, se fomenta que piensen una posible representación gráfica del patrón de cada subgrupo de series:

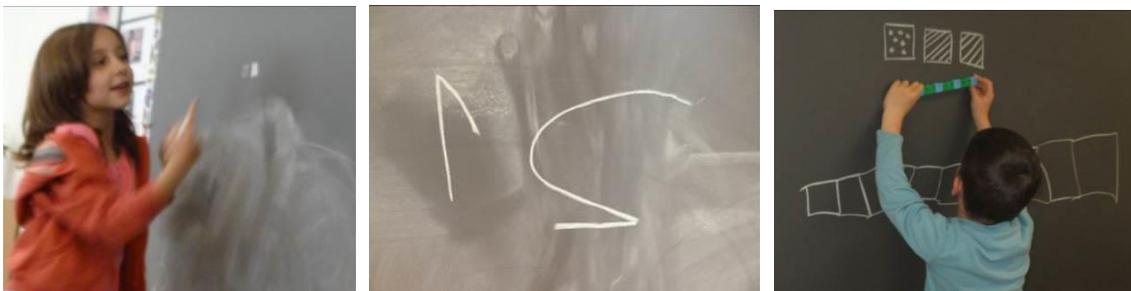


Figura 13. Algunas representaciones

Propuesta 7: análisis y representación de patrones a partir del cuento “¿Qué gusto tiene la luna?”

Esta propuesta se divide en tres partes. La primera parte consiste en explicar el cuento a los niños. Para hacerlo más motivador, se ha usado un material interactivo de soporte que permite representar el cuento a la vez que se va explicando. Los elementos que se repiten son los siguientes: un animal sube los brazos para alcanzar la luna; al verlo, la luna sube un poco más; dado que el animal no llega decide pedir ayuda; pide ayuda, viene otro animal y sube encima de todos los animales anteriores; y se repite el proceso hasta llegar al último animal, que consigue alcanzar la luna.



Figura 14. Explicación del cuento con el material interactivo de soporte

La segunda parte consiste en hacer una máscara del animal del cuento que más les guste y representar el cuento: cuando aparece el nombre de su animal, desfilan por la pasarela.



Figura 15. Niños y niñas representando el cuento

En la tercera parte se realiza la representación gráfica del cuento. Analizando los dibujos, se observa que cuando los niños dibujan los animales en forma de torre es porque interiormente están siguiendo la serie que lleva implícita, aun así, no todos los niños son capaces de hacerlo correctamente.



Figura 16. Representaciones que muestran la comprensión del patrón



Figura 17. Representaciones que no han seguido ningún patrón

Propuesta 8: ritmos musicales

Esta propuesta se divide también en tres partes. En la primera parte cada alumno inventa un ritmo musical con las partes del cuerpo; en la segunda parte se reproduce un patrón con el cuerpo, añadiendo la dificultad del movimiento; y finalmente, en la tercera parte entran en juego los instrumentos musicales. En este caso se han utilizado cuatro

instrumentos diferentes: triángulos, maracas, cajas de madera y claves. La finalidad es que cada instrumento reproduzca un sonido diferente. Para hacer más sencilla la actividad, con las claves y las cajas de madera han seguido el mismo patrón y con los triángulos y las maracas también.



Figura 18. Patrones a partir de ritmos musicales

Propuesta 9: patrones en un entorno virtual

Para realizar esta propuesta es necesario disponer de un ordenador con acceso a internet, ya que se usa un recurso digital de la *Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales* que se llama *Patrones de colores*. Cabe señalar que es necesario tener instalado el programa Jaba para que funcione.

Este recurso presenta a los niños diferentes series empezadas y el objetivo es que el niño identifique el patrón para poder seguir la serie. Presenta series de diferente complejidad de forma aleatoria, por lo que se recomienda realizar la actividad cuando los niños conozcan bien el concepto de patrón y de serie.



Figura 19. Niños realizando la tarea “Patrones de colores”

4.- Consideraciones finales

En este artículo se ha fundamentado la importancia de trabajar los patrones en educación infantil. Diversos organismos y autores (NCTM, 2003; Araújo, Palhares y Jiménez, 2008; Torra, 2007, 2012) han puesto de manifiesto que el trabajo de estos conocimientos algebraicos en el aula de Educación Infantil favorece varias habilidades como por ejemplo hacer predicciones y conjeturar, además de otras ideas matemáticas

- Después se pueden introducir repeticiones en momentos diferentes de la serie. Esta dificultad se da porque al niño le cuesta ver en qué momento de la serie se encuentra.

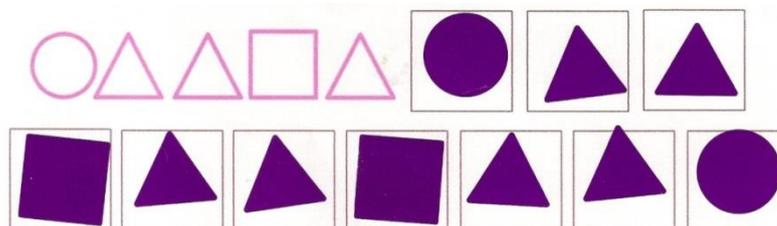


Figura 22. Ejecución errónea debido al elemento que se repite

- Cuando se aprecia que los tres casos anteriores se han asimilado, se pueden introducir patrones más complejos en los que un mismo elemento se repita en muchas ocasiones. Este tipo de patrón requiere que el niño esté muy atento para poder saber en qué momento de la serie está.

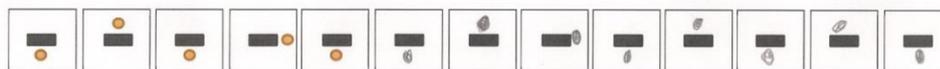


Figura 23. Ejecución errónea debido a que hay un elemento (rectángulo) que se repite de manera constante

- Siguiendo un orden de dificultad creciente, a continuación se pueden introducir patrones en los que el primer elemento sea igual al último elemento del patrón, ya que en muchos casos los alumnos consideran el último elemento del patrón como el primer elemento de la repetición. En la figura 24, por ejemplo, que muestra un patrón AABBA, dos niños han considerado el último elemento del patrón como si fuera el primer elemento de la repetición. De esa manera han seguido el patrón AABB en lugar del patrón AABBA.



Figura 24. Ejecución errónea del patrón AABBA

- Finalmente, cuando los niños entienden el concepto de serie y de patrón, se les puede pedir que hagan una representación gráfica del patrón, ya que esta tarea requiere un buen dominio y entendimiento del concepto.



Figura 25. Representación gráfica de un patrón

En definitiva, al considerar el trabajo sistemático de los patrones en Educación Infantil, podemos ayudar a los alumnos a construir una base sólida de comprensión y experiencia como preparación de un trabajo más complejo en Álgebra en otras etapas posteriores. Pero, sobre todo, les ayudaremos ya desde muy pequeños a estructurar su pensamiento y a desarrollar su capacidad de razonar, habilidades imprescindibles para ser ciudadanos autónomos en la sociedad del S. XXI.

BIBLIOGRAFÍA

- ALSINA, Á. (2006). *Cómo desarrollar el pensamiento matemático de 0 a 6 años*. Barcelona: Octaedro-Eumo.
- ALSINA, Á. (2010). La “pirámide de la educación matemática”, una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de Innovación Educativa*, 189, 12-16.
- ALSINA, Á. (2016). Diseño, gestión y evaluación de actividades matemáticas competenciales en el aula. *Épsilon*, 33(1), 7-29.
- ARAÚJO E., PALHARES P. y GIMÉNEZ J. (2008). Niños de cuatro años investigan con patrones. *Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 47, 54-66.
- BRENNAN, K. y RESNICK, M. (2012). New frameworks for studying and assessing the development of computational thinking. *Proceedings of the 2012 Annual Meeting of the American Educational Research Association (AERA 2012)*.
- DIENES, Z.P. (1974). *Iniciación a la lógica y conjuntos*. Barcelona: Teide.
- Greenes, C., Cavanagh, M., Dacey, L., Findell, C. y Small, M. (2001). *Navigating through Algebra in Prekindergarten-Grade 2*. Reston VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Montessori, M. (1915). *El método de la pedagogía científica: aplicado a la educación de la infancia en las “Case dei Bambini”*. Barcelona: Araluce.
- NCTM (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: Thales.

PIAGET, J. e INHELDER, B. (1941). Génesis de las estructuras lógicas elementales. Buenos Aires: Guadalupe, 1975.

THRELFALL, J. (1999). Repeating patterns in the early primary years. En A. Orton (Ed.), Pattern in the teaching and learning of mathematics (pp. 18-30). Londres: Cassell.

TORRA, M. (2007). Les sèries, els patrons, una oportunitat per a l'educació matemàtica a Educació Infantil. Escola catalana, 42, 34-36.

TORRA, M. (2012). Patrones matemáticos en los cuentos. Cuadernos de pedagogía, 421, 56-58.